ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ $1^{η}$ ΔΕΚΑΔΑ

1.

α) Πότε δύο γωνίες λέγονται εφεξής;
β) Ποιο σχήμα ονομάζουμε κύκλο με κέντρο Ο και ακτίνα ρ ;
γ) Στον παρακάτω πίνακα να αντιστοιχίσετε κάθε αριθμό της πρώτης στήλης με ένα γράμμα της δεύτερης στήλης, ώστε να προκύπτουν αληθινές προτάσεις.

Στήλη Α	Στήλη Β
1. Η ορθή γωνία έχει μέτρο	α. 360^o
2. Η ευθεία γωνία έχει μέτρο	β. 90^o
3. Η πλήρης γωνία έχει μέτρο	γ. 180^o
4. Οι συμπληρωματικές γωνίες έχουν άθροισμα	δ. 70^o
5. Οι παραπληρωματικές γωνίες έχουν άθροισμα	

Προτεινόμενη λύση

α)
Εφεξής λέγονται δύο γωνίες που έχουν την ίδια κορυφή , μια πλευρά τους είναι κοινή και δεν έχουν κανένα άλλο κοινό σημείο.

β)
Ονομάζουμε κύκλο με κέντρο το σημείο Ο και ακτίνα ρ το σύνολο των σημείων του επιπέδου τα οποία απέχουν από το Ο απόσταση ίση με ρ.

γ)
Από τους σχετικούς ορισμούς προκύπτουν οι αντιστοιχίες
$1 \to β$, $2 \to γ$, $3 \to α$, $4 \to β$, $5 \to γ$

2 .

Τα μηνιαία έσοδα μιας οικογένειας είναι 2800 € και οι μηνιαίες δαπάνες κατανέμονται ως εξής : Το 40% ξοδεύεται για φαγητό , το 20% για νοίκι , το $\frac{1}{28}$ για ρουχισμό , το $\frac{1}{25}$ για διασκέδαση και τα υπόλοιπα αποταμιεύονται .

α) Να βρείτε πόσα χρήματα ξοδεύει η οικογένεια για κάθε κατηγορία δαπανών.
β) Να βρείτε ποιό ποσοστό των μηνιαίων εσόδων αποταμιεύεται.
γ) Αν τα μηνιαία έσοδα μειώθηκαν κατά 12% , να βρείτε το νέο ποσό των μηνιαίων εσόδων.

Προτεινόμενη λύση

α)

Έξοδα για φαγητό : $\frac{40}{100} \cdot 2800 = 1120$ €

Έξοδα για νοίκι : $\frac{20}{100} \cdot 2800 = 560$ €

Έξοδα για ρούχα : $\frac{1}{28} \cdot 2800 = 100$ €

Έξοδα για διασκέδαση : $\frac{1}{25} \cdot 2800 = 112$ €

β)
Σύνολο εξόδων : $1120 + 560 + 100 + 112 = 1892$
Το ποσό που αποταμιεύεται είναι $2800 - 1892 = 908$ €
Το ποσό που αποταμιεύεται αποτελεί τα $\dfrac{908}{2800}$ των μηνιαίων εσόδων.
Οπότε $\dfrac{908}{2800} \approx 0,324 = \dfrac{32,4}{100} = 32,4\%$
γ)
Το ποσό της μείωσης είναι : $\dfrac{12}{100} \cdot 2800 = 336$ €
Επομένως το ποσό των νέων εσόδων είναι ίσο με $2800 - 336 = 2464$€

3.

Έστω ότι $A = \left(2 - \dfrac{1}{3}\right) \cdot \dfrac{3}{5} + 4 : \dfrac{2}{5} + (3^2 + 2^4) \cdot \dfrac{4}{25}$ και $B = \left(\dfrac{11}{3} - \dfrac{5}{2}\right) : \dfrac{7}{3} + \dfrac{3}{4} \cdot \left(5 - \dfrac{1}{3}\right)$

α) Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων Α και Β.
β) Αν Α = 15 και Β = 4, να βρείτε το ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο των Α και Β.
γ) Να δικαιολογήσετε γιατί οι αριθμοί Α και Β είναι πρώτοι μεταξύ τους.
δ) Να λύσετε τις εξισώσεις $A - x = B$ και $x : A = B$.

Προτεινόμενη λύση
α)

$$A = \left(2 - \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{3}{5} + 4 : \frac{2}{5} + (3^2 + 2^4) \cdot \frac{4}{25} = \left(\frac{6}{3} - \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{3}{5} + 4 : \frac{2}{5} + (9 + 16) \cdot \frac{4}{25} =$$

$$= \frac{5}{3} \cdot \frac{3}{5} + 4 : \frac{2}{5} + 25 \cdot \frac{4}{25} =$$

$$= 1 + 4 \cdot \frac{5}{2} + 4 = 1 + 10 + 4 = 15$$

$$B = \left(\frac{11}{3} - \frac{5}{2}\right) : \frac{7}{3} + \frac{3}{4} \cdot \left(5 - \frac{1}{3}\right) = \left(\frac{22}{6} - \frac{15}{6}\right) : \frac{7}{3} + \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{15}{3} - \frac{1}{3}\right) =$$

$$= \frac{7}{6} : \frac{7}{3} + \frac{3}{4} \cdot \frac{14}{3} =$$

$$= \frac{7}{6} \cdot \frac{3}{7} + \frac{3}{4} \cdot \frac{14}{3} = \frac{1}{2} + \frac{7}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

β)
Είναι $A = 15 = 3 \cdot 5$ και $B = 4 = 2^2$ οπότε $ΕΚΠ(15\,,4) = 3 \cdot 5 \cdot 2^2 = 60$
γ)
$ΜΚΔ(15\,,4) = 1$ οπότε οι αριθμοί Α και Β είναι πρώτοι μεταξύ τους.
δ)
$A - x = B$ άρα $15 - x = 4$ οπότε $x = 15 - 4 = 11$
$x : A = B$ άρα $x : 15 = 4$ οπότε $x = 15 \cdot 4 = 60$

4.

α) Πότε δύο κλάσματα λέγονται ισοδύναμα ;

β) Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις.

- **i)** Αν πολλαπλασιάσουμε τους όρους ενός κλάσματος με τον ίδιο μη μηδενικό αριθμό, τότε προκύπτει κλάσμα …….με το αρχικό
- **ii)** Ένα κλάσμα που δεν απλοποιείται ονομάζεται ……
- **iii)** Δύο κλάσματα με τον ίδιο παρονομαστή ονομάζονται …..
- **iv)** Ετερώνυμα ονομάζονται δύο κλάσματα που έχουν …….παρονομαστές

Προτεινόμενη λύση

α)

Δύο κλάσματα λέγονται ισοδύναμα όταν εκφράζουν το ίδιο τμήμα ενός μεγέθους ή ίσων μεγεθών

β)

Με βάση τους σχετικούς ορισμούς συμπληρωμένα τα κενά φαίνονται παρακάτω

i) Αν πολλαπλασιάσουμε τους όρους ενός κλάσματος με τον ίδιο μη μηδενικό αριθμό, τότε προκύπτει κλάσμα ισοδύναμο με το αρχικό

ii) Ένα κλάσμα που δεν απλοποιείται ονομάζεται ανάγωγο

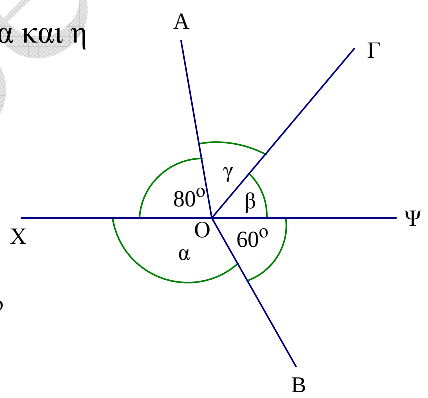
iii) Δύο κλάσματα με τον ίδιο παρονομαστή ονομάζονται ομώνυμα

iv) Ετερώνυμα ονομάζονται δύο κλάσματα που έχουν διαφορετικούς παρονομαστές

5.

Στο διπλανό σχήμα η γραμμή ΧΟΨ είναι ευθεία και η ΟΓ είναι διχοτόμος της γωνίας $Α\hat{Ο}Ψ$.

Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{α}$, $\hat{β}$ και $\hat{γ}$



Προτεινόμενη λύση

Αφού η γραμμή ΧΟΨ είναι ευθεία ,

η γωνία των 60^o με την $\hat{α}$ είναι

παραπληρωματικές . Άρα $\hat{α} = 180^o - 60^o = 120^o$

Για τον ίδιο λόγο $Α\hat{Ο}Ψ = 180^o - 80 = 100^o$,

και επειδή η ΟΓ είναι διχοτόμος της $Α\hat{Ο}Ψ$, θα είναι

$\hat{β} = \hat{γ} = 100{:}2 = 50^o$

6.

Έστω ότι $A = \frac{5}{3} + \frac{4}{3} \cdot (2^3 - 2) - 3^2$,

$B = 17 - 12 + (6 - 2^2) - 6$ και

$\Gamma = \frac{4}{3} : \frac{4}{5} - \left(1 - \frac{6}{15}\right)$

α) Να υπολογίσετε τις τιμές των Α , Β και Γ

β) Αν $A = \frac{2}{3}$, $B = 1$ και $\Gamma = \frac{16}{15}$, να διατάξετε τους αριθμούς Α , Β και Γ από τον μικρότερο στον μεγαλύτερο.

Προτεινόμενη λύση

α)

$$A = \frac{5}{3} + \frac{4}{3} \cdot (2^3 - 2) - 3^2 = \frac{5}{3} + \frac{4}{3} \cdot (8 - 2) - 9 =$$

$$= \frac{5}{3} + \frac{4}{3} \cdot 6 - 9 = \frac{5}{3} + 8 - 9 =$$

$$= \frac{5}{3} - 1 = \frac{5}{3} - \frac{3}{3} = \frac{2}{3}$$

$$B = 17 - 12 + (6 - 2^2) - 6 = 17 - 12 + (6 - 4) - 6 =$$

$$= 17 - 12 + 2 - 6 = 19 - 18 = 1$$

$$\Gamma = \frac{4}{3} : \frac{4}{5} - \left(1 - \frac{6}{15}\right) = \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{4} - \left(\frac{15}{15} - \frac{6}{15}\right) =$$

$$= \frac{5}{3} - \frac{9}{15} = \frac{25}{15} - \frac{9}{15} = \frac{16}{15}$$

β)

Επειδή $2 < 3$, είναι $\frac{2}{3} < 1$ και $16 > 15$.

Άρα $\frac{16}{15} > 1$ οπότε $\frac{2}{3} < 1 < \frac{16}{15}$

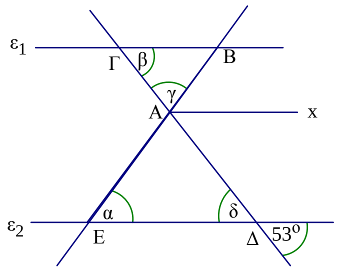
7 .

Στο διπλανό σχήμα οι ευθείες $ε_1$ και $ε_2$ είναι παράλληλες και ΑΒ = ΑΓ.

α) Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{δ}$ και $\hat{β}$

β) Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{γ}$ και $\hat{α}$

γ) Αν η ημιευθεία Αx είναι παράλληλη στις $ε_1$ και $ε_2$, να δικαιολογήσετε γιατί η ημιευθεία Αx είναι διχοτόμος.
της γωνίας $Β\hat{Α}Δ$



Προτεινόμενη λύση

α)

$\hat{δ} = 53^o$ ως κατακορυφήν και $\hat{β} = \hat{δ}$ ως εντός εναλλάξ. Άρα $\hat{β} = 53^o$ **(1)**

β)

Επειδή ΑΒ = ΑΓ, στο ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ είναι $\hat{β} = Γ\hat{Β}Α$.

Οπότε, λόγω της (1), $Γ\hat{Β}Α = 53^o$ **(2)**

Στο τρίγωνο ΑΒΓ είναι $\hat{β} + Γ\hat{Β}Α + \hat{γ} = 180^o$ άρα

$$53^o + 53^o + \hat{γ} = 180^o \text{ οπότε}$$

$$\hat{γ} = 74^o$$

Ακόμα $\hat{α} = Γ\hat{Β}Α$ ως εντός εναλλάξ. Οπότε λόγω της (2) είναι και $\hat{α} = 53^o$

γ)

$x\hat{Α}Δ = \hat{δ}$ ως εντός εναλλάξ των παραλλήλων Αx και $ε_2$ με τέμνουσα την ΑΔ.

Και αφού $\hat{δ} = 53^o$ θα είναι και $x\hat{Α}Δ = 53^o$

Αφού $ε_1$// Αx, είναι $x\hat{Α}Β = Γ\hat{Β}Α = 53^o$ λόγω της (2)

Αφού λοιπόν είναι $x\hat{Α}Β = 53^o = x\hat{Α}Δ$, η Αx είναι διχοτόμος της γωνίας $Β\hat{Α}Δ$

8.

α) Πότε ένας αριθμός λέγεται πρώτος και πότε σύνθετος;

β) Αναφέρατε τα κριτήρια διαιρετότητας i) με το 5 και ii) με το 3

γ) Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά : i) $α \cdot 1 = ….$
ii) $α + … = α$
iii) $α \cdot (β + γ) = … + …$

Προτεινόμενη λύση

α)

Ένας αριθμός λέγεται πρώτος όταν διαιρείται μόνο από τον εαυτό του και την μονάδα, και σύνθετος όταν δεν είναι πρώτος.

β)

Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 5 όταν τελειώνει σε 0 ή 5 και διαιρείται με το 3 όταν το άθροισμα των ψηφίων του διαιρείται με το 3.

γ) Συμπληρωμένα τα κενά : i) $α \cdot 1 = α$
ii) $α + 0 = α$
iii) $α \cdot (β + γ) = α \cdot β + α \cdot γ$

9.

Σε ένα σχολείο τα $\frac{4}{5}$ των μαθητών της Α΄ τάξης προβιβάστηκαν τον Ιούνιο στην Β΄ τάξη , τα $\frac{3}{20}$ παραπέμφθηκαν για τον Σεπτέμβρη και οι υπόλοιποι έμειναν στην ίδια τάξη.

α) Να βρείτε ποιο μέρος των μαθητών έμεινε στην ίδια τάξη τον Ιούνιο.

β) Αν οι μαθητές που έμειναν στην ίδια τάξη τον Ιούνιο είναι 10, να βρείτε :

i) Το πλήθος των μαθητών της Α΄ τάξης

ii) Το πλήθος των μαθητών που προβιβάστηκαν τον Ιούνιο και το πλήθος των μαθητών που παραπέμφθηκαν τον Σεπτέμβριο

γ) Αν από τους μαθητές που παραπέμφθηκαν τον Σεπτέμβριο τα $\frac{13}{15}$ προβιβάστηκαν, να βρείτε :

i) Το συνολικό ποσοστό των μαθητών που προβιβάστηκαν στην Β ΄ τάξη

ii) Το συνολικό ποσοστό των μαθητών που έμειναν στην ίδια τάξη

Προτεινόμενη λύση

α)

Το μέρος των μαθητών που προβιβάστηκαν τον Ιούνιο ή παραπέμφθηκαν για τον Σεπτέμβριο είναι $\frac{4}{5} + \frac{3}{20} = \frac{16}{20} + \frac{3}{20} = \frac{19}{20}$

Επομένως το μέρος των μαθητών που έμειναν στην ίδια τάξη τον Ιούνιο είναι το υπόλοιπο $\frac{1}{20}$.

β)

i) Γνωρίζουμε ότι αυτό το $\frac{1}{20}$ είναι ίσο με 10 μαθητές.

Επομένως τα $\frac{20}{20}$, δηλαδή το σύνολο των μαθητών της Α΄ τάξης θα είναι $20 \cdot 10 = 200$ μαθητές

ii)

Τον Ιούνιο προβιβάστηκαν $\frac{4}{5} \cdot 200 = 160$ μαθητές

και παραπέμφθηκαν για τον Σεπτέμβριο $\frac{3}{20} \cdot 200 = 30$ μαθητές

γ)

i) Από τους 30 μαθητές που παραπέμφθηκαν για τον Σεπτέμβρη προβιβάστηκαν οι $\frac{13}{15} \cdot 30 = 26$ μαθητές . Οπότε συνολικά προβιβάστηκαν $160 + 26 = 186$ μαθητές

Αυτοί αντιπροσωπεύουν τα $\frac{186}{200} = \frac{93}{100} = 93\%$ του συνόλου των μαθητών

ii) Είναι φανερό τώρα ότι το συνολικό ποσοστό των μαθητών που έμειναν στην ίδια τάξη είναι το υπόλοιπο 7%

10 .

α) Τι ονομάζουμε απόσταση ενός σημείου Α από μία ευθεία ε ;

β) Ποιες ευθείες λέμε τεμνόμενες και ποιες παράλληλες ; Να γίνουν τα σχετικά σχήματα

γ) Τι ονομάζουμε απόσταση δύο παραλλήλων ευθειών ; Να γίνει το σχετικό σχήμα

Προτεινόμενη λύση

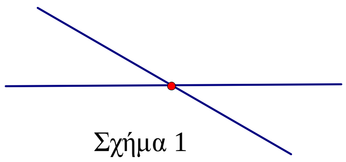
α)

Ονομάζουμε απόσταση του σημείου Α από την ευθεία ε το μήκος του καθέτου ευθυγράμμου τμήματος που φέρνουμε από το σημείο Α στην ευθεία ε .

β)

Τεμνόμενες λέμε τις ευθείες που έχουν ένα μόνο κοινό σημείο και παράλληλες αυτές που βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο και δεν έχουν κανένα κοινό σημείο.

Στο σχήμα 1 βλέπουμε δύο τεμνόμενες ευθείες και στο σχήμα 2 δύο παράλληλες



Σχήμα 1

Σχήμα 2

γ)

Ονομάζουμε απόσταση δύο παραλλήλων ευθειών το μήκος οποιουδήποτε ευθυγράμμου τμήματος που είναι κάθετο στις δύο παράλληλες και έχει τα άκρα του πάνω σ' αυτές .

Στο διπλανό σχήμα, η απόσταση των παραλλήλων ευθειών ε_1 και ε_2 είναι το μήκος του τμήματος ΑΒ